RESURSĂ EDUCAŢIONALĂ DESCHISĂ

Denumire: Reformularea enunțului- un pas decisiv în rezolvarea problemelor de matematică

Autor: prof. Mîinescu Corina și Mîinescu Cătalin
Unitatea de învăţământ: Școala Gimnazială ”Mihail Drumeș” Balș

Disciplina:Matematică
Clasa: V
Scopul materialului propus: pentru elev (de utilizat de către elev)

Reformularea enunţului – un pas decisiv în rezolvarea problemelor de matematică

În algoritmul rezolvării unei situaţii-problemă, *înţelegerea şi interpretarea* elementelor cunoscute reprezintă primul pas. Este evident faptul că, în absenţa înţelegerii datelor (a ipotezei), ideea de rezolvare este superfluă.
Ne vom referi la un aspect esenţial în cadrul rezolvării problemelor de matematică: *reformularea enunţului*. Am sesizat de-a lungul anilor că aceasta nu doar facilitează găsirea soluţiei ci, uneori transformă o „problemă imposibilă" într-una care poate fi rezolvată. Se transferă, practic demersul rezolvitorului dintr-o zonă opacă pe un teren favorizant, prietenos.
Să acceptăm utilizarea termenului de *problemă* cu sensul de *situaţie nouă* spre a cărei rezolvare ne îndreptăm euristic. De asemenea, suntem conştienţi de importanţa formării unui comportament adecvat *rezolvării*, adică a obişnuinţei de a lucra cu o serie de instrumente precum *reformularea.* Nu este deloc uşor, iar dobândirea de astfel de abilităţi depinde în cea mai mare măsură de disponibilitatea „formatorului" de a opera cu astfel de subtilităţi, de a sesiza şi a face sesizate nuanţele.
Vom alătura celor afirmate câteva exemple de enunţuri reformulate, modul în care acestea au fost modificate şi, dacă nu este evident, vom sublinia importanţa acestui demers şi noua manieră de abordare a problemei.

Atribuim *reformulării enunţului unei probleme* sensul de *traducere* a acestuia, înţelegând prin traducere nu doar conversia dintr-un limbaj în altul, ci şi *tălmăcirea* textului – aceasta implicând *interpretarea* datelor.
Să admitem următoarea ***clasificare*** [evident, fără pretenţii exhaustive! n.n.]:

1. **după *scopul* reformulării:**
   reformulare pentru obţinerea de informaţii noi (utilizând simultan pachetul de cunoştinţe şi deprinderi deja acumulate);
   reformulare pentru rezolvarea de exerciţii simple de calcul;
   reformulare în scopul rezolvării de inecuaţii;
   reformulare în scopul transpunerii în ecuaţie a problemei.
2. **după *modul de abordare:***
   reformulare folosind definiţia obiectului;
   reformulare folosind simboluri matematice;
   reformulare utilizând modele şi analogii;
   reformulare folosind desfacerea problemei în „paşi" (mai multe probleme scurte).

Exemple

- *„Se dă triunghiul ABC…"* înseamnă, de fapt, „triunghiul *oarecare* ABC", lucru foarte important de remarcat, dată fiind confuzia la care poate conduce rezolvarea în varianta utilizării unui triunghi particular. Practic, reformularea în acest caz completează un enunţ eliptic, conducând la obţinerea de noi informaţii.
- *„În cubul ABCDA'B'C'D', determinaţi unghiul dintre dreapta AA' şi planul (ABC)"*. Concluzia se traduce astfel:
  $$\angle(AA', (ABC)) = \angle(AA', AB) = \angle A'AB;$$
  adică, utilizând definiţia unghiului dintre o dreaptă şi un plan, am redus problema la determinarea unui unghi plan, ajungând astfel într-o zonă cunoscută.
- În mod analog, folosind definiţia distanţei de la un punct la un plan, avem că:
  $$d(A', (ABC)) = d(A', A) = ||AA'|| .$$
- La clasa a V a, nefiind încă studiată regula de trei simplă, o problemă cu mărimi direct proporţionale de genul: *„dacă trei creioane costă 6000 lei, aflaţi cât costă 7 creioane"* se atacă foarte simplu utilizând metoda reducerii la unitate, adică, de fapt desfacerea problemei în probleme simple. Astfel, se va afla întâi preţul unui creion, rezultând de aici imediat cât costă şapte creioane.

- Utilizând simbolurile matematice, *„7 % din 1400”* înseamnă $\frac{7}{100}\cdot 1400$ ceea ce conduce problema în zona operaţiilor cu fracţii. De fapt, am observat că obţinerea acestei scrieri este mult mai uşoară dacă se va utiliza o exprimare schematică (la tablă), astfel:

$$\begin{array}{ccc} 7\,\% & \text{din} & 1400 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ \frac{7}{100} & \cdot & 1400\,, \end{array}$$

  scriere din care corespondenţa dintre limbajul „în cuvinte” şi cel matematic este evident.
- *Exerciţiile simple de calcul* – ne referim, în primul rând la aplicaţiile imediate ale regulilor de calcul predate – vor fi mai uşor înţelese şi rezolvate dacă se vor face astfel de reformulări:
  - „$\frac{1}{4}+\frac{1}{2}$” înseamnă „un sfert adunat cu o jumătate”, despre care elevii pot spune imediat că fac „trei sferturi” – răspunsul va fi dat şi mai repede dacă se va face apel la un caz concret (de exemplu folosind unităţi de măsură pentru capacitate). Este evident faptul că reformulări de acest tip vor fi utilizate în câteva cazuri şi, respectiv, până la familiarizarea elevilor cu adunarea fracţiilor care au numitori diferiţi;
  - „*5 – 7*” se poate calcula reamintind reprezentarea pe axă a numerelor întregi şi a adunării acestora: „cinci unităţi de la origine spre dreapta, apoi, din punctul în care s-a ajuns, ne întoarcem spre stânga şapte unităţi”. Acest „model” nu va mai putea fi folosit mai departe, pentru numere mari dar poate constitui fundamentul înţelegerii adunării numerelor întregi.
  - *Introducerea întregilor în fracţie* nu va fi receptată drept *„o altă formulă care trebuie memorată…”* dacă fracţia unde sunt evidenţiaţi întregii va fi prezentată drept suma dintre întregi şi fracţia juxtapusă. Aducând aici la acelaşi numitor se va regăsi formula cunoscută a cărei retenţie va fi mult mai uşoară.
- *Aducerea fracţiilor la acelaşi numitor* este o acţiune multiplă în care, de multe ori elevii nu pot realiza legătura care se stabileşte între numitorul comun şi cel mai mic multiplu comun al numitorilor. Trebuie explicat că acest cel mai mic multiplu comun al numitorilor reprezintă de fapt, *cel mai mic număr care se împarte exact la fiecare dintre numitorii fracţiilor din enunţ.*
- La clasa a V a, unui *sistem de inecuaţii* – de regulă de forma $a \le x \le b$ – i se descoperă imediat mulţimea soluţiilor dacă scrierea de mai sus va fi reformulată drept: „numerele x *cuprinse între numerele a şi b*” (de obicei ea apare în exprimări analitice ale unor mulţimi). Repetată în câteva exerciţii, această chestiune va putea fi sesizată şi în alte probleme, chiar şi de către elevii mai puţin activi la orele de matematică.

- Cu sensul de conversie din limbajul cotidian în cel matematic este *reformularea cu scopul transpunerii în ecuaţie (sau sistem de ecuaţii) a problemei*. O astfel de problemă este formată, practic din două etape:
  1. traducerea textului în ecuaţie.
  2. rezolvarea ecuaţiei.

  Dificultatea apare la formarea ecuaţiei căci rezolvarea ei este, în general facilă. Citirea cu atenţie a enunţului trebuie urmată de o scindare a acestuia în operaţiile simple pe care le suferă de obicei, necunoscuta. La început, profesorul trebuie să citească rar, cu intonaţie, pentru a forma la elevi obişnuinţa de a sesiza locurile din text în care se face pauză pentru a mai completa ceva ecuaţiei. Este bine să se scrie separat, pe rânduri diferite, ceea ce se obţine în fiecare etapă, urmând ca abia la sfârşit ecuaţia să fie asamblată.

Exemplul 1.

Suma a două numere este 18. iar diferenţa lor, 10. Aflaţi numerele.

Fiind vorba despre două numere necunoscute, fie acestea x şi y. Evident că suma lor fiind 18, scriem acest lucru: $x + y = 18,$ iar diferenţa: $x – y = 10.$ Am folosit definiţia ***sumei*** şi a *diferenţei* a două numere, oprindu-ne după fiecare dintre cele două părţi ale problemei, pentru a rescrie enunţul în ecuaţie.

Exemplul 2.

Dacă scădem dintr-un număr necunoscut pe rând, numerele 11, 13 şi 16, găsim trei diferenţe care adunate ne dau numărul necunoscut. Care este acest număr?

(O primă dificultate în rezolvare apare atunci când elevul trebuie să răspundă întrebării: *ce rămâne dacă din numărul necunoscut x scădem pe 11?*)

Analizăm enunţul pe „secţiuni”:

1. „Dacă scădem dintr-un număr necunoscut pe rând, numerele 11, 13 şi 16, găsim trei diferenţe” - vom nota ceea ce se obţine pe rând, scăzând cele trei numere din x:

$x – 11$ prima diferenţă

$x – 13$ a doua diferenţă

$x – 16$ a treia diferenţă.

2. *„diferenţe care adunate”* - ne conduce la ideea însumării celor trei cantităţi de mai sus: $(x – 11) + (x – 13) + (x – 16)$

3. ***„ne dau”*** este o expresie care sugerează semnul „=” (o serie întreagă de termeni reprezintă acelaşi lucru: *este, reprezintă, obţinem).*

4. *„diferenţe care adunate ne dau numărul necunoscut”* - înseamnă că semnul „=” va fi pus între suma de mai sus şi numărul necunoscut x. Astfel, ecuaţia va fi:

$$(x – 11) + (x – 13) + (x – 16) = x$$

care se va rezolva fără dificultăţi.

Exemplele pot continua. Ceea ce dorim să subliniem încă o dată este importanţa punctării fiecărui pas în cadrul rezolvării problemei, obţinând practic succesiunea de operaţii la care este supusă necunoscuta.

Aşadar, considerăm că *reformularea enunţului* este deosebit de importantă nu doar în rezolvarea problemelor, ea contribuind la formarea disponibilităţii elevilor către descoperirea nuanţelor şi a subtilităţilor unui enunţ.

Prof. *Corina Mianda Mîinescu*, Şcoala Gimnazială ”Mihail Drumeş” Balş, Olt

Prof. *Ion Cătălin Mîinescu*, Şcoala Gimnazială ”Mihail Drumeş” Balş, Olt